

Mesure stroboscopique du champ de déplacement d'un diapason à quartz au moyen d'une carte son et d'une webcam

J.-M Friedt, jmfriedt@femto-st.fr

Institut FEMTO-ST, département temps-fréquence, Besançon

30 septembre 2017

Le diapason à quartz est la source de la stabilité de fréquence des montres cadencées par ce résonateur. Le mouvement mécanique à 32768 Hz des bras de ce composant analogue à un dipôle électrique – la conversion électromécanique étant assurée par la piézoélectricité du quartz – est observée par stroboscopie. Une carte son et une webcam suffisent pour réaliser cette expérience, qui se conclut par la mesure du champ de déplacement du mode fondamental et d'un harmonique de la poutre encastrée-libre qui forme un des bras du diapason, et ce avec une résolution sub-pixel. Tous les outils logiciels exploités – GNURadio pour exciter le diapason et générer le signal stroboscopique, GNU/Octave pour l'analyse d'images par intercorrélation – sont librement disponibles pour reproduire l'expérience.

1 Introduction

Notre civilisation hyperconnectée vit au rythme du temps défini par la physique contemporaine qui permet, par sa technologie, de le diviser et de le propager avec une incroyable précision. La stabilité à long-terme des horloges qui rythment bon nombre de nos objets connectés est garantie par leur asservissement en fréquence à des horloges atomiques – horloge rubidium dans les relais GSM, petit à petit remplacées par des récepteurs GPS qui “disséminent” le temps “physique” dans le monde – alors que la lecture au quotidien de “l'heure qu'il est” (stabilité court terme) s'opère à l'aide de montres ordinaires. L'excellente stabilité de ces montres dites à quartz est due à la présence d'un élément mécanique, un micro cristal de quartz, vibrant de façon entretenue avec une grande régularité, grâce à un stockage suffisant d'énergie pour être peu sensible aux perturbations extérieures. En mécanique, les physiciens ont remarqué depuis longtemps qu'une simple poutre vibrante [1] autorise de nombreux modes de vibration, alors que deux poutres vibrant de façon anti-symétrique réduisent le nombre de modes autorisés. C'est ainsi que se comportent les branches d'un diapason [2], ce qui autorise la constitution d'un oscillateur formé d'un résonateur pour la sélection de fréquence dans une boucle d'oscillation entretenue par un amplificateur de gain élevé, dont on peut sélectionner facilement la fréquence de vibration. De par la propriété des matériaux piézoélectriques – classe de matériaux dont le quartz fait partie – de pouvoir convertir un signal électrique en onde mécanique et réciproquement, il a été possible de concevoir un composant de volume n'excédant pas quelques millimètres cube, équivalent à un dipôle électrique qui se comporte comme un résonateur de très grand coefficient de qualité et d'excellente capacité de sélection spectrale [3].

Le diapason à quartz qui équipe nos montres à quartz et cadence nombre de microcontrôleurs à faible consommation est donc avant tout un dispositif mécanique, qui n'est équivalent à un dipôle électrique que par la piézoélectricité de son substrat. Une poutre mécanique vibrante se caractérise par un déplacement le long de sa flèche : pouvons nous observer ce déplacement pour un diapason à quartz ? C'est le but de cet article. Notre dispositif expérimental s'est inspiré de celui qui a permis de produire le film disponible à l'adresse www.youtube.com/watch?v=wuhuvJorxzc.

Le diapason à quartz [4, 5, 6] ici choisi (Fig. 1, droite) est un composant qui se présente comme une capsule de 3 mm de diamètre et 8 mm de long pour les versions les plus grandes¹ ; il est conçu pour vibrer à $2^{15} = 32768$ Hz [7], rendant la génération de la seconde ou d'un de ses multiples puissance de 2 aisée par diviseur de fréquence. Une vibration à une telle fréquence n'est évidemment pas observable à l'œil nu. Très tôt dans l'avènement de l'instrumentation électronique, la stroboscopie a été identifiée comme une aide à l'étude de phénomènes périodiques [8] : nous nous proposons de profiter de cette opportunité pour introduire la méthode de mesure stroboscopique [9], aussi classiquement utilisée dans les RADARS [10], et la mettre en œuvre au moyen d'une carte son de PC [11].

Une mesure stroboscopique fait l'hypothèse que le système est stationnaire et donc invariant dans le temps : si la source d'éclairnement produit une impulsion lumineuse brève devant la période du

1. Référence Farnell 1611828, 0,178 euros/p



FIGURE 1 – Gauche : une scie à métaux de modélisme, une binoculaire et un peu de patience pour décapsuler un diapason. Droite : favoriser les gros boîtiers, 8×3 mm, plus faciles à manipuler.

phénomène, et de période légèrement différente, le phénomène physique se verra dilaté dans le temps (*time stretching* dans la nomenclature des RADARs).

2 Excitation du diapason à quartz

Décapsuler le diapason de son encapsulation sous vide est toujours une tâche fastidieuse qui, sans être difficile, nécessite un peu de patience. Inutile d’espérer décapsuler un diapason en moins de 15 minutes et sans binoculaire : le coût des diapasons encapsulés est suffisamment modique pour permettre plusieurs expérimentations (Fig. 1, gauche).

Un diapason à quartz présente un mode fondamental à 32768 Hz (Fig. 2), et son second mode autour de 191 kHz, à environ 6 fois la fréquence du fondamental [12]. Le premier mode est désormais accessible aux cartes son qui équipent un certain nombre d’ordinateurs, cadencées jusqu’à 192 kHz : le critère de Shannon sur la fréquence d’échantillonnage est largement respecté dans ces conditions. De plus, nombre de “cartes son” qui sont stéréo peuvent créer deux signaux de fréquences différentes mais cadencées par la même référence, celle de l’oscillateur local qui rythme la carte son. Toutes les conditions sont donc réunies pour une mesure stroboscopique : un canal audiofréquence synthétise un signal à la fréquence f_o du système, et le second canal génère une fréquence $f_o + \delta f$ qui permettra d’observer le régime stationnaire du système physique avec une fréquence δf . La subtilité tiendra dans la mise en forme d’éclairage du système physique pour ne l’observer que dans un état qui varie lentement d’une illumination à l’autre : si nous voulons éclairer “brièvement” un diapason vibrant à $f_o \simeq 32768$ Hz il nous faut un temps d’illumination d’au plus $1/10$ ème de la période, soit une durée de $1/327680$ s, bien plus faible que la plus petite période d’échantillonnage des cartes son qui équipent les ordinateurs personnels. Nous devons donc mettre en forme le signal de cadencement de la stroboscopie pour convertir un signal sinusoïdal de fréquence légèrement différente de f_o en impulsions brèves de même fréquence mais de rapport cyclique faible. Le second mode [13] présente non seulement un couplage électromécanique fortement atténué, mais n’est pas ici accessible de par la géométrie des électrodes qui ne respecte pas la distribution des nœuds et des ventres pour une excitation électrique efficace. Nous verrons néanmoins que son champ de déplacement est (à peine) perceptible.

3 Observation stroboscopique de la vibration

Une caméra servira à enregistrer le signal : sa fréquence d’échantillonnage ou ses propriétés optiques n’ont aucune importance, puisque le temps d’exposition du capteur optique – typiquement quelques millisecondes – est très long devant le phénomène périodique observé – quelques dizaines de microsecondes pour une vibration à 32768 Hz. Nous ne chercherons pas à contrôler le rythme d’acquisition des images

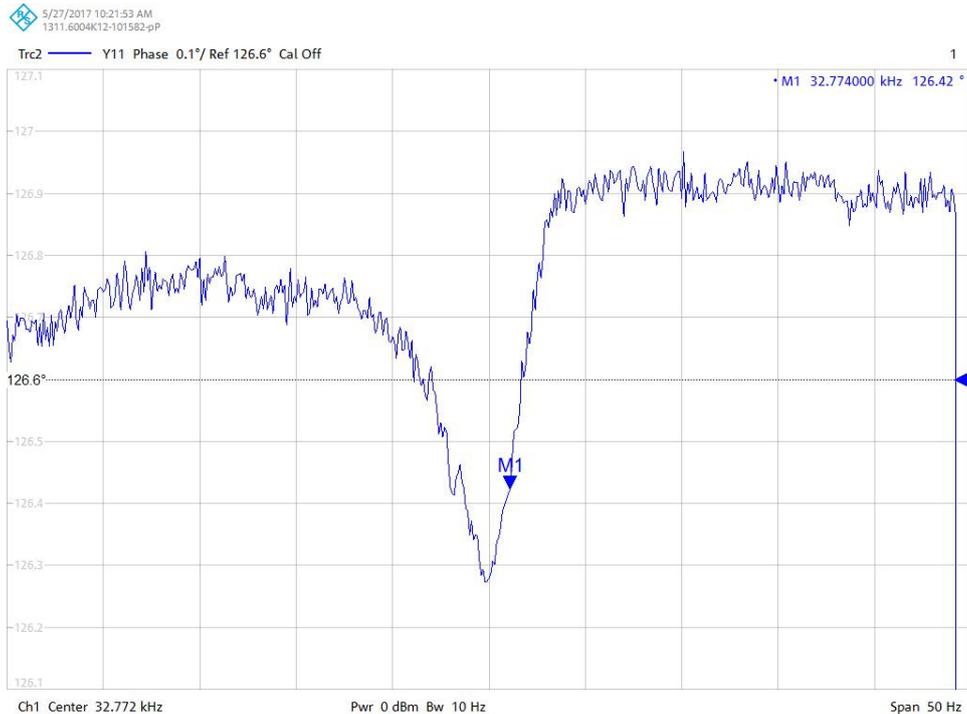


FIGURE 2 – Après décapulation, la fréquence de résonance du mode fondamental s’est décalée. Sa recherche, automatisée sur analyseur de réseau, ne peut se faire sur le coefficient de réflexion (S_{11} , représentant l’adaptation à 50Ω) car la résistance motionnelle à la résonance du diapason est de plusieurs dizaines de $k\Omega$. La mesure de la phase de l’admittance illustrée ici, sur une fréquence centrale de 32772 Hz et une bande de mesure de 50 Hz, permet de facilement visualiser la résonance. En l’absence d’analyseur de réseau, une recherche manuelle de la chute de tension dans un pont diviseur de tension avec une résistance de référence de quelques dizaines de $k\Omega$ fera l’affaire.

– apparemment limité à 8 images par seconde avec la webcam utilisée lors de nos expériences – ou d’exposition du capteur optique, paramètres inaccessibles sur les webcams à bas coût, mais tenterons de jouer sur l’illumination de l’objet observé par une source lumineuse qui ne sera allumée que brièvement lorsque l’objet considéré est dans une configuration connue.

Les outils que nous mettrons en œuvre sont :

1. un diapason à quartz, objet de notre étude,
2. une carte son de PC, stéréo et capable d’échantillonner son signal à 192 kHz,
3. une diode électroluminescente qui éclairera l’objet,
4. une webcam avec un objectif permettant des prises de vues macroscopiques pour un fort grossissement afin d’observer le mouvement du diapason,
5. quelques circuits électroniques un peu désuets mais toujours disponibles – trigger de Schmitt pour la mise en forme du signal et porte ET pour créer les impulsions qui alimentent la diode électroluminescente.

Le coût de l’ensemble de l’expérience est inférieur à 100 euros, excluant l’ordinateur personnel pour produire les signaux et acquérir les images, budget principalement consommé par la webcam. Nous utilisons pour notre part un ordinateur portable Panasonic CF-19 exécutant le système d’exploitation Debian GNU/Linux, avec génération des signaux sur la carte son par GNURadio et acquisition des images par VLC : tous ces logiciels libres sont disponibles sur internet. GNURadio² est un environnement de traitement numérique du signal qui, sans retirer les complexités mathématiques et conceptuelles de ce domaine, le rend abordable et amusant en facilitant l’expérimentation tant par la simulation que la mise

2. gnuradio.org

en œuvre pratique des concepts liés à la transmission de signaux. T. Lavarenne a récemment illustré dans ces pages son **utilisation** sur des signaux radiofréquence [14], nous nous contenterons ici de l'**exploiter** pour fournir les signaux audiofréquences qui nous seront nécessaires.

4 Résultats expérimentaux

Exciter le diapason près de sa résonance est trivial : GNURadio fournit une interface audiofréquence nommée “Audio Sink”, qui est ici alimentée par deux signaux créés par l’ordonnanceur GNURadio depuis le module “Signal Source”, l’un à la fréquence de résonance du diapason et l’autre légèrement décalée pour la stroboscopie (Fig. 3, gauche). La carte son reçoit le flux de données issues de cette chaîne de modules, d’où la nomenclature de “Sink” pour le générateur de signaux. La carte son est configurée en stéréo en spécifiant qu’il faut activer deux entrées. Sous Debian GNU/Linux, l’émulation d’Alsa par PulseAudio est nécessaire pour accéder à la fréquence d’échantillonnage de 192 kHz de la carte son (pour ne pas se limiter à 48 kHz, configuration par défaut), et cela en portant dans le menu “Device Name” de l’Audio Sink la valeur du paramètre “hw:0”. En effet, “`aplay -L`” nous indique que le périphérique nommé “hw:0” correspond à une configuration de type : *Direct hardware device without any conversions*. La variable “`samp_rate`”, par défaut définie à 32 kHz par “`gnuradio-companion`”, est modifiée à 192 kHz pour définir la fréquence d’échantillonnage des signaux qui se propagent dans la chaîne de traitement.

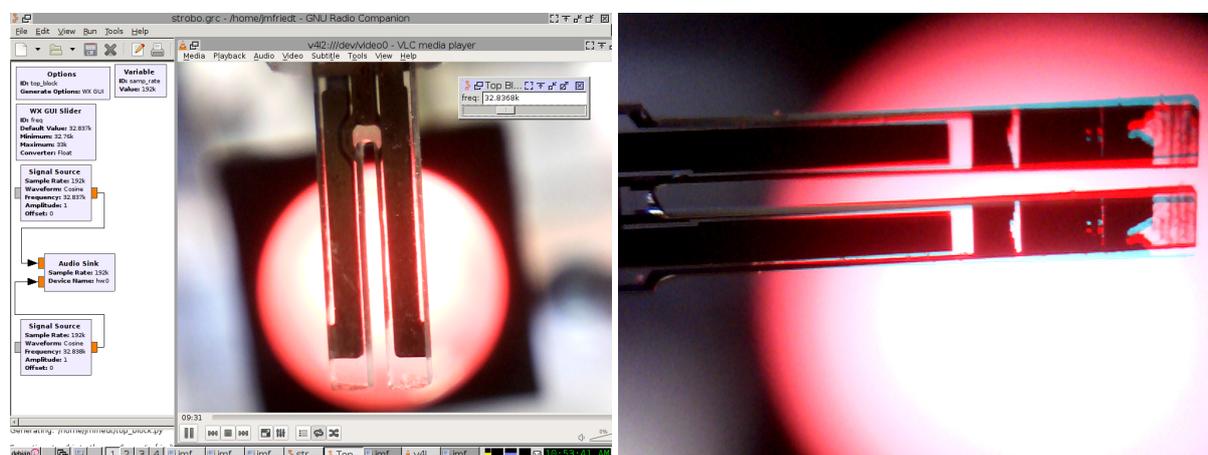


FIGURE 3 – Gauche : interface graphique combinant GNURadio-companion pour générer les signaux – deux sources légèrement décalées en fréquence alimentent la carte son – et VLC pour visualiser le diapason filmé par la webcam. Droite : combinaison selon un procédé stéréoscopique de deux images du film de la vibration, avec les deux positions extrêmes du bras dans le mode fondamental, en bleu et en rouge.

Une variable permet de fixer la valeur de la fréquence f_o d’excitation du diapason, et une autre celle de la source du signal stroboscopique qui est décalée selon $f_o + \delta f$. Alors que le diapason est convenablement excité par un signal sinusoïdal, la diode électroluminescente (DEL) reçoit de brèves impulsions électriques pour n’éclairer le système physique que pendant une courte durée, donnant ainsi l’impression d’un environnement statique (Fig. 3, droite). La caméra doit fournir une image nette avec le diapason occupant toute la scène (Fig. 3) lors de la prise de vue en contre-jour. À cet effet, la DEL, à l’émission cadencée par les impulsions, est placée derrière le diapason pour bien visualiser le mouvement de celui-ci et s’affranchir des illuminations parasites ambiantes.

Il n’est pas possible, à partir des fréquences d’échantillonnage de la carte son, d’obtenir de très brèves impulsions à une fréquence donnée : comment transformer un signal sinusoïdal en impulsions de même période? Impulsion signifie créneaux : la première tâche du générateur de signaux pour la mesure stroboscopique consiste donc à transformer la sinusoïde en créneaux, tâche dévolue au trigger de Schmitt qui s’affranchit du bruit sur le signal incident en introduisant une hystérésis dans son cycle de commutation (passage des points **A** à **B** de Fig. 4).

Le signal créneau **B**, de rapport cyclique proche de 50% et mal contrôlé, est transformé en train

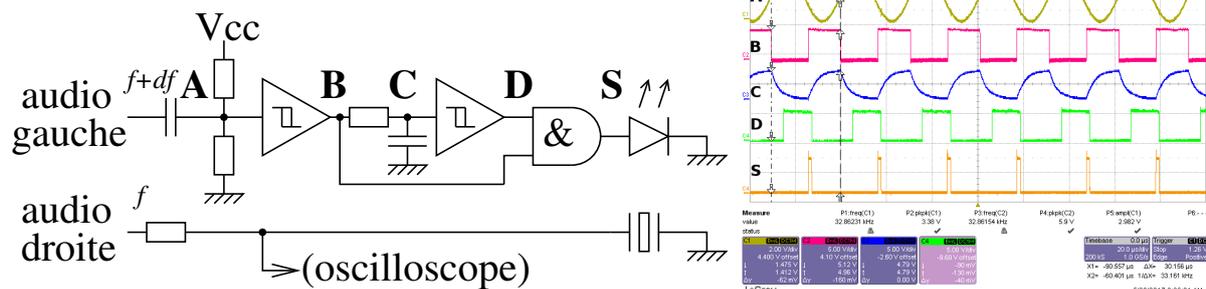


FIGURE 4 – Schéma du circuit : une voie de la carte son attaque directement le diapason au travers d’une résistance de quelques $k\Omega$ pour faire office de pont diviseur et donc permettre d’observer la résonance (minimum d’impédance) du diapason par une chute de tension à ses bornes, et l’autre voie est convertie de sinusoïde en impulsions par deux triggers de Schmitt décalés dans le temps par un circuit RC attaquant une porte ET.

d’impulsions de la façon suivante : une copie du signal créneau alimente un circuit RC qui retarde la décroissance/croissance par la constante de temps du filtre passe bas (point C de Fig. 4). La sortie de ce filtre RC alimente une seconde copie du trigger de Schmitt qui commute donc avec un léger retard introduit par RC (point D de Fig. 4). Une porte ET entre le signal incident et le signal retardé ne sort une impulsion que lorsque les deux signaux sont au niveau haut – passage de négatif à positif de la sinusoïde incidente – et fournit un signal à la masse sinon (point S de Fig. 4). La conversion du signal sinusoïdal en impulsions est donc réalisée : les deux circuits intégrés 7414 (trigger de Schmitt) et 7400 (porte ET) suffisent à cette tâche. Nous avons utilisé les déclinaisons HC de ces circuits – 74HC14 et 74HC00 – pour alimenter l’ensemble du circuit avec la source de tension 5 V fournie par le port USB de l’ordinateur tout en ayant accès à des bandes passantes suffisantes pour cadencer le signal stroboscopique pour illuminer le diapason³. Ce circuit s’assemble sur carte de prototypage rapide Labdec, les capacités parasites [15] ne perturbant pas significativement le comportement du circuit à des fréquences aussi basses (Fig 5, droite). L’utilisation de ces cartes résout le dilemme du montage mécanique en plaçant côte à côte la diode électroluminescente et le diapason (Fig. 5, gauche). Le compromis sur la durée de l’impulsion, définie par le choix du couple RC, est dicté d’une part par la nécessité d’avoir une impulsion suffisamment longue pour éclairer la caméra, mais d’autre part suffisamment courte pour donner l’impression d’une image statique : plus l’impulsion est longue, plus l’image sera floue.

L’image du diapason s’obtient par une caméra munie d’un objectif macro – abusivement nommé microscope numérique par des vendeurs tels que Conrad dans la nomenclature du produit que nous avons utilisé⁴, pour la modique somme de 80 euros. La compatibilité GNU/Linux n’a posé aucun problème, la webcam étant immédiatement reconnue comme périphérique V4L accessible par `/dev/video0`. Le logiciel libre `vlc` permet d’afficher et enregistrer le flux d’images issu de la caméra.

5 Analyse par traitement d’images : mode fondamental

Ayant obtenu un film montrant le déplacement des bras du diapason, nous pouvons analyser la séquence d’images pour une analyse quantitative du champ de déplacement le long d’un bras du diapason. Les images individuelles du film sont extraites par `mplayer -vo jpeg nom_du_film.avi` : une centaine d’images au format JPEG sont ainsi générées dans le répertoire de travail, que nous allons analyser.

3. le port USB est une source pratique d’alimentation stabilisée à 5 V sous réserve de découpler convenablement avec des condensateurs de petite valeur – typiquement 100 nF – pour rejeter le bruit haute fréquence induit par les signaux transportés par ce bus de communication, et de limiter la consommation à moins des 500 mA nominaux. Dans nos circuits, un câble USB est sectionné pour donner accès aux deux fils qui portent l’alimentation. Bien vérifier au voltmètre la polarité et quel fil est connecté à quelle broche : nous avons déjà rencontré des câbles dans lesquels la masse n’est pas le fil noir et l’alimentation n’est pas le fil rouge!.

4. www.conrad.fr/ce/fr/product/191251/Camera-microscope-numerique-USB-plat-20-MPix-zoom-x-65-et-x-250-Conrad

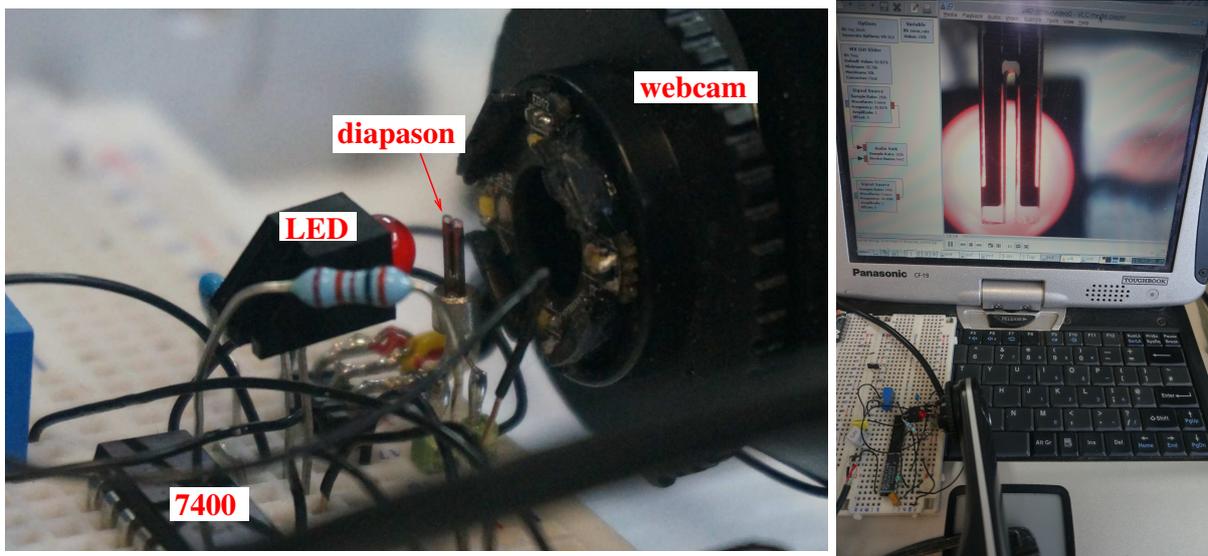


FIGURE 5 – Un simple ordinateur suffit pour toutes ces expériences : alimentation sur bus USB et génération de signaux par la carte son stéréo, la plaque de prototypage permettant un montage mécanique suffisamment stable maintenant le diapason devant la diode électroluminescente. La webcam tient tant bien que mal en gardant le diapason à la focale de l’objectif macro.

Détecter un déplacement est classiquement traité par une intercorrélation [16] : cette opération vise à rechercher la ressemblance entre deux motifs en les “déplaçant” l’un par rapport. Si les deux séquences s_1 et s_2 sont de valeur moyenne nulle, alors $x(\tau) = \int s_1(t) \times s_2(t + \tau) dt$ sera toujours petit en l’absence de ressemblance, et l’accumulation le long de l’intégrale des valeurs tantôt positives, tantôt négatives, ne se fait de façon cohérente que si s_2 décalé de τ ressemble à s_1 . La valeur de τ qui maximise x estime le déplacement entre les deux motifs s_1 et s_2 . Dans notre cas, s_1 sera la valeur des pixels sur la largeur du diapason à une abscisse donnée sur la première image, considérée comme référence, et s_2 sera la valeur des pixels à la même abscisse pour les images successives qui viennent d’être extraites. Un traitement plus fin a été décrit dans [17], mais l’intercorrélation suffira pour cet exercice. Le “prototypage” se fait sous GNU/Octave, un logiciel libre implémentant les fonctions visant la compatibilité avec Matlab.

Nous commençons par charger la liste des fichiers JPEG disponibles dans le répertoire de travail, pour former la structure `d` dont le champ `name` fournit le nom de chaque image. Chaque image sera tournée pour que le diapason apparaisse horizontal afin de faciliter la définition des pixels représentant un bras du diapason (`imrotate`), et nous ne conservons que les pixels qui représentent un des bras du diapason (dans cet exemple, les ordonnées de 275 à 365). Finalement, ayant éclairé le diapason avec une DEL rouge, nous ne conservons que le premier champ de couleur (rouge) pour éliminer les composantes verte et bleue de l’image. Seule subtilité, charger une image génère une variable entière non signée codée sur 8 bits, qu’il faut prendre soin de convertir en flottant double précision pour que les calculs qui suivent s’effectuent convenablement.

```

1 d=dir('./*.jpg'); % toutes les images
2 absc=[180:820]; % abscisse du diapason
3 for k=1:length(d)
4     a=imread(d(k).name); % lecture de l'image
5     a=imrotate(a,-10.5)(275:385, :, 1); % rendre le diapason horizontal ...
6     for l=1:length(absc) % et ne conserver que un bras
7         res(:,k,l)=double(a(:,absc(l)));
8         res(:,k,l)=res(:,k,l)-mean(res(:,k,l));
9         [u,v(l,k)]=max(xcorr(res(:,k,l),res(:,1,l)));
10    end
11 end

```

À l’issue de ce calcul, la variable `v` contient, pour chaque abscisse `l` le long du bras du diapason, et pour chaque image `k`, le déplacement nécessaire (noté auparavant τ) pour maximiser la ressemblance

d'une colonne de pixels sur la largeur du bras `res` pour l'image `k` avec la première image. Le résultat de ce calcul est proposé en Fig. 6. Les colonnes de points sur lesquelles le déplacement est calculé sont représentées par des marqueurs verticaux rouges sur la Fig. 7 (haut).

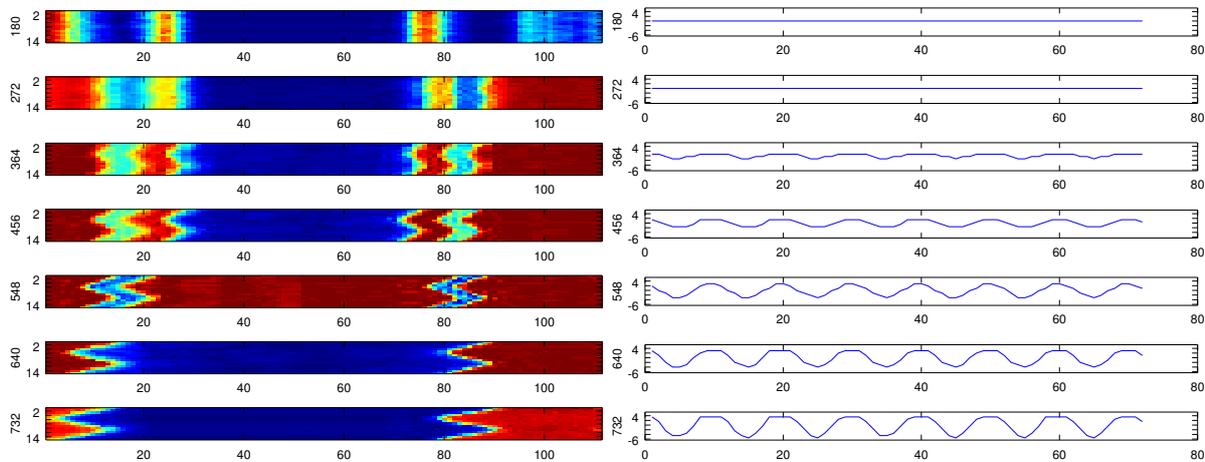


FIGURE 6 – Gauche : évolution de l'intensité lumineuse le long de quelques colonnes de pixels sélectionnées le long du bras du diapason, image après image. L'analyse est limitée aux 15 premières images pour faciliter la visualisation (axe des ordonnées). Le mouvement périodique du bras, d'autant plus important que nous nous éloignons de l'encastrement (abscisse de la colonne considérée à gauche de chaque graphique), est clairement visible. Droite : après avoir extrait le déplacement du bras en comparant chaque image à la première image de référence, le mouvement périodique est cette fois affiché sous forme de déplacement en fonction du temps. Les graphiques de droite comprennent le calcul du mouvement sur les 80 images acquises dans le film (axe des abscisses).

Ayant obtenu le déplacement le long du diapason, nous désirons extraire l'amplitude de ce déplacement. Une méthode robuste consiste à calculer la puissance de la composante de Fourier correspondant à la fréquence du déplacement que nous recherchons. Le signal présentant le déplacement du bras du diapason est suffisamment propre pour ne pas présenter d'autre composante spectrale significative, et nous nous contentons de prendre la puissance de la composante spectrale la plus importante.

```
1 vv=(v(:,2:end)-mean(v(:,2:end)))';
2 vvv=max(abs(fft(vv')));
```

Ce champ de déplacement le long du diapason peut se comparer à la théorie du déplacement de la poutre encastree-libre soumise à une charge uniformément distribuée le long de la structure, tel que décrit par exemple à en.wikipedia.org/wiki/Deflection_%28engineering%29#Uniformly-loaded_cantilever_beams. Les seuls degrés de liberté de cette équation sont la longueur de la poutre L et l'amplitude du déplacement δ à son extrémité libre : dans ce cas, le champ de déplacement y le long x de la longueur est donné par

$$y = \frac{x^2}{3L^4} \delta (x^2 + 6L^2 - 4Lx)$$

La Fig. 7 présente une comparaison, relativement satisfaisante compte tenu de la simplicité des traitements proposés, entre l'observation du déplacement du diapason et le résultat du modèle décrit ci-dessus. L'amplitude du déplacement en chaque abscisse le long du bras du diapason (courbe bleue en bas de la Fig. 7) est obtenue par la puissance de la composante la plus importante de la transformée de Fourier du déplacement en fonction du temps.

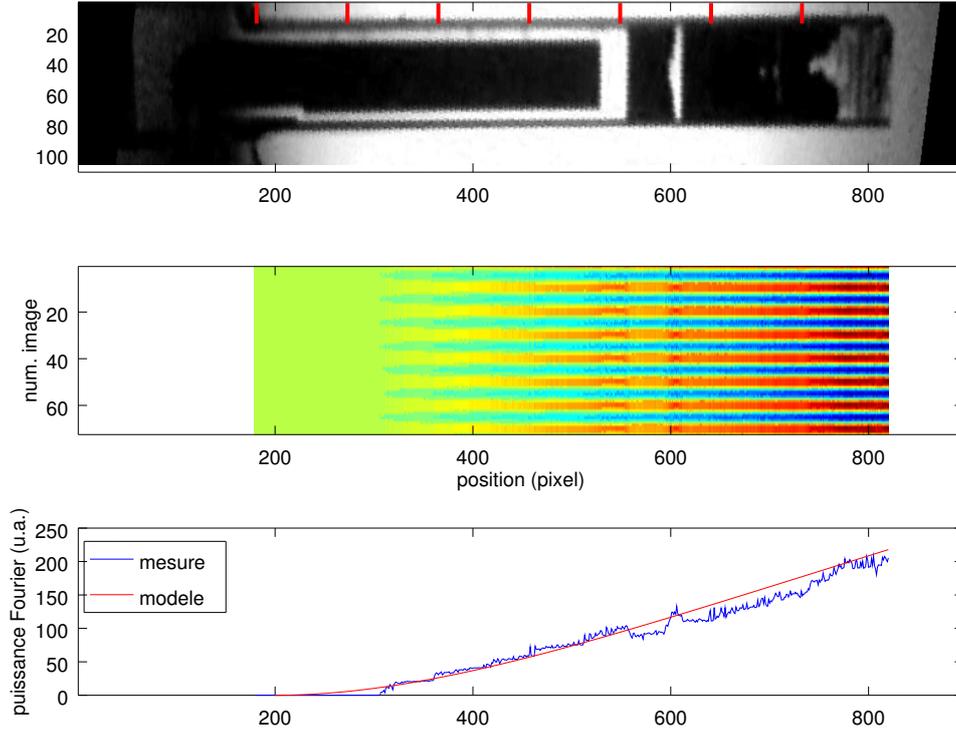


FIGURE 7 – Haut : composante rouge (couleur de la DEL qui sert à l’éclairage) de l’image du bras du diapason étudié, et position des marqueurs indiquant l’abscisse des colonnes analysées en Fig. 6. L’image, qui ne contient qu’un seul bras, est tournée afin de représenter la poutre horizontalement. Milieu : déplacement estimé le long du bras (axe horizontal) en fonction du numéro de l’image (donc du temps qui s’écoule selon l’axe vertical). Bas : amplitude du déplacement le long du bras (bleu), identifiée comme la puissance de la composante principale de la transformée de Fourier du déplacement en fonction du temps, et la courbe (rouge) issue du modèle de la poutre encastrée-libre.

6 Analyse par traitement d’images : harmonique

Bien que les modes harmoniques du diapason ne respectent pas la géométrie des électrodes (Fig. 8), voire visent à être supprimés par une géométrie adéquate [18], nous tentons d’observer l’harmonique de flexion qui doit se trouver à environ six fois la fréquence du mode fondamental. Si le mode était symétrique, les charges positives accumulées sur un ventre du mode se compenseraient avec les charges négatives produites sur le ventre adjacent en opposition de phase, et le mode serait supprimé. Heureusement, l’asymétrie de l’attache de la poutre encastrée-libre déplace les conditions aux limites (déplacement nul au point d’encastrement, et non-nul à l’extrémité libre), permettant une asymétrie sur la production de charges par effet piézoélectrique et donc l’excitation du mode. Rappelons que le signe de la charge accumulée sur une zone de l’électrode dépend du signe du champ de déplacement dans le matériau piézoélectrique : alors que ce signe est toujours le même pour le mode fondamental (courbure positive ou négative le long du bras), ce signe change le long de la poutre qui vibre sur le mode harmonique.

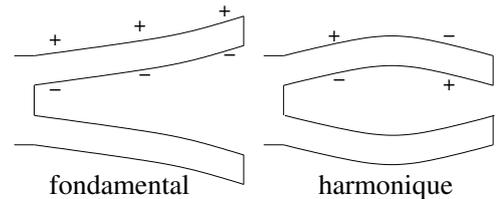


Figure 8 : Déplacement des bras du diapason vibrant sur son mode fondamental (gauche) et harmonique (droite), avec représentation des charges induites par le champ de déplacement résultant. Les électrodes distribuées le long de chaque bras respectent la distribution de charges du mode fondamental, mais annulent partiellement ces charges dans le cas du mode harmonique.

Une fréquence de 191 kHz est hors de portée des cartes son équipant les ordinateurs personnels, et cette expérience nécessite un équipement plus onéreux : dans notre cas, nous avons utilisé le synthétiseur de signaux arbitraires Tektronix AFG3102 qui fournit deux voies cadencées sur le même oscillateur de

référence, avec une stabilité suffisante pour caractériser le dispositif de fort facteur de qualité qu'est le diapason. Ce synthétiseur de signaux permet par ailleurs de fournir un signal de 10 V d'amplitude, qui ne sera pas de trop pour exciter le mode harmonique.

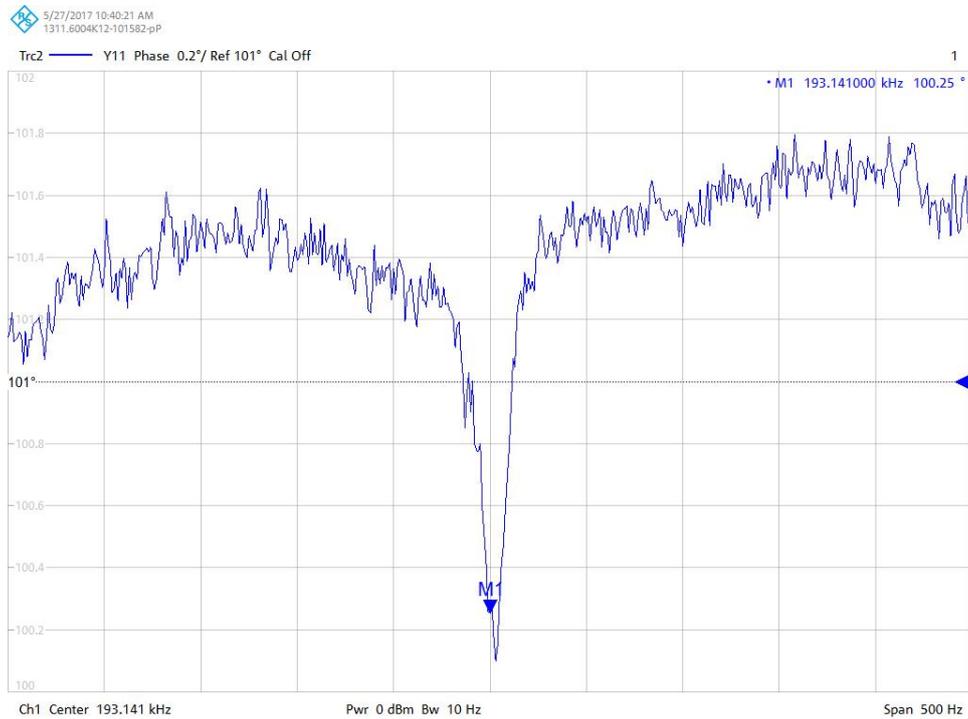


FIGURE 9 – Phase de l'admittance du diapason excité autour de la fréquence de son mode harmonique, au dessus de 191 kHz : la mesure de la phase de l'admittance est ici centrée sur 193141 Hz et couvre une plage de 500 Hz.

Nous reproduisons la mesure comme précédemment, avec un éclairage par la DEL pendant une durée égale à 5% de la période du signal excitant le diapason – ici 193141 Hz (Fig. 9) – et une fréquence décalée de 1 Hz pour observer le mouvement. Le film est à nouveau décomposé dans ses images individuelles et le même type de traitement effectué que dans l'étude précédente.

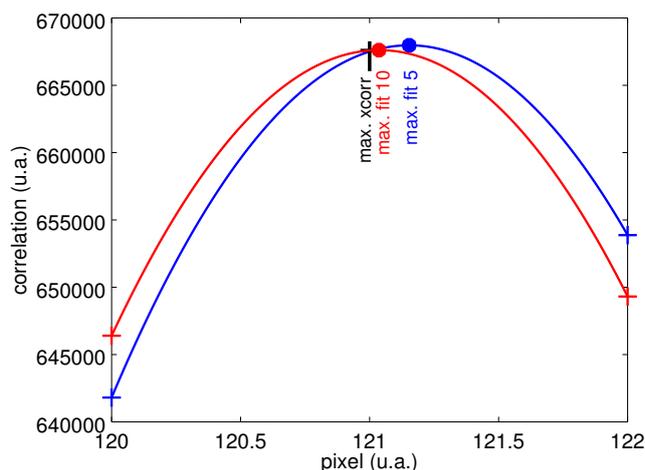


Figure 10: Analyse sub-pixel du déplacement par ajustement parabolique de l'intercorrélation. Les intercorrélations de toutes les courbes avec l'image de référence donnent le même maximum (croix noire), alors que l'ajustement parabolique permet d'identifier finement le déplacement (cercles bleu et rouge pour les deux extréma du déplacement – images 5 et 10). Les croix sont les mesures expérimentales : bien que le maximum soit toujours à la même abscisse, la déformation de la parabole représente le déplacement sub-pixel du motif.

Une approche aussi naïve que la précédente, n'observant que le maximum d'intercorrélation, ne permet pas de détecter de déplacement. En effet, le mouvement le long du bras, bien que perceptible lors de la visualisation du film, n'est pas suffisamment important pour décaler la ligne de pixels analysée de la ligne de référence (première ligne) de plus d'un pixel. Nous devons donc recourir à une analyse de déplacement sub-pixel qui tient compte de la forme du pic d'intercorrélation (Fig. 10) : bien que le maximum se situe toujours à la même position, l'analyse du déplacement sur une ligne de près d'une centaine de pixels de longueur (largeur du bras sur l'image) permet de détecter des déplacements inférieurs au pixel. Pour ce faire, nous sur-échantillons le pic d'intercorrélation en faisant l'hypothèse que localement il suit une forme parabolique (développement à l'ordre 2), et recherchons le maximum de la parabole ainsi ajustée sur le maximum et ses voisins de part et d'autre du maximum.

```

1 d=dir('/*.*.jpg');           % toutes les images
2 absc=[130:810];
3 for k=1:length(d)
4   a=imread(d(k).name);       % chargement de l'image
5   a=imrotate(a,-4.8)(235:355,;,1); % diapason horizontal
6   for l=1:length(absc)
7     res(:,k,l)=double(a(:,absc(l))); % ligne analysée
8     res(:,k,l)=res(:,k,l)-mean(res(:,k,l)); % valeur moyenne nulle
9     r=xcorr(res(:,k,l),res(:,1,l)); % intercorrélation
10    [uu,vv]=max(r);
11    [aa,bb]=polyfit([vv-1:vv+1]',r([vv-1:vv+1]),2); % fit parabolique
12    xc=linspace(vv-1,vv+1,1024); % surechantillonnage de l'abscisse
13    yc=polyval(aa,xc); % recherche du max de la parabole
14    [uu,vv]=max(yc);
15    v(l,k)=xc(vv); % solution
16 end
17 end

```

Ce traitement permet bien d'observer le champ de déplacement du diapason vibrant sur son mode harmonique. L'amplitude de déplacement n'est que d'un dixième de pixel, justifiant l'analyse subpixel. Plus intéressant, la résolution spatiale de l'analyse illustre bien l'opposition de phase entre le premier ventre (abscisse autour de 400 pixels) et l'extrémité du diapason (abscisse autour de 800 pixels), avec un nœud autour de l'abscisse 650 pixels partiellement caché par le peu de structures visibles sur l'image autour de cette abscisse (Fig. 11).

7 Conclusion

Nous avons visualisé le caractère fondamentalement mécanique du résonateur formé par le diapason à quartz, avec une fréquence de résonance déterminée par les caractéristiques géométriques des deux poutres encastées que forment le diapason. Le mode fondamental autour de 32768 Hz est observé par stroboscopie, excité par une carte son, avec le signal d'illumination dérivé de la seconde voie stéréo. Un film illustrant le résultat de ces mesures est disponible à http://jmfriedt.free.fr/strobo_diapason.ogg. L'extraction des images individuelles qui composent ce film permet de calculer, par traitement numérique d'images, le champ de déplacement le long d'un bras du diapason, et vérifier la cohérence de cette distribution avec le modèle de poutre encastée-libre. Cette étude a été étendue à un mode harmonique, illustrant la richesse des analyses des modes de structures vibrantes par traitement d'images :

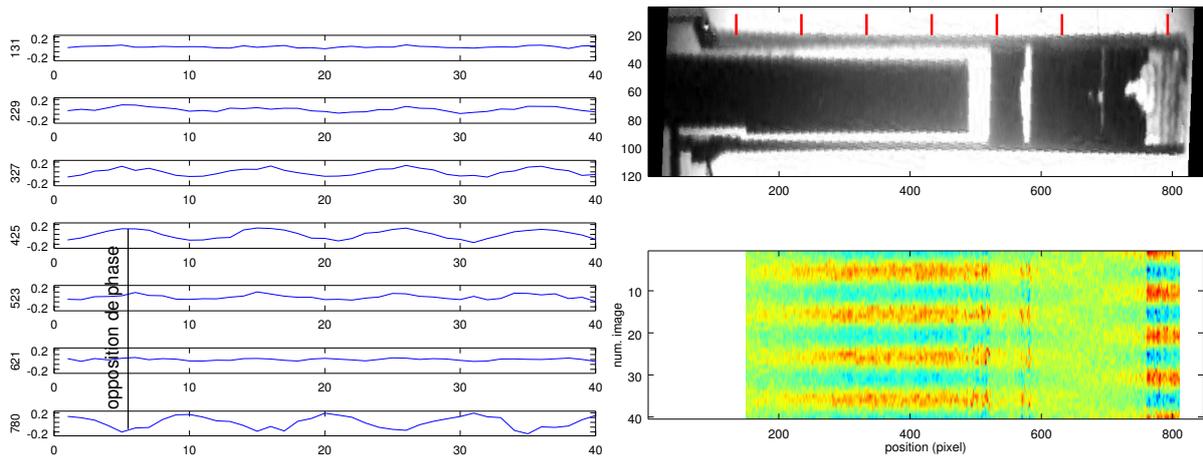


FIGURE 11 – Gauche : déplacement (en ordonnée, en pixels) pour diverses colonnes de pixels analysées (notation à gauche de chaque courbe, relativement à la zone analysée) en fonction du numéro de l'image dans le film (abscisse). Droite : image du bras du diapason (haut) avec les marqueurs (rouge) indiquant les abscisses des colonnes de pixels considérées dans l'analyse du déplacement (gauche), et champ de déplacement déduit du traitement d'images. L'opposition de phase entre le ventre en abscisse 400 et l'extrémité en abscisse 800 est clairement visible, confirmant la nature du mode d'harmonique supérieure.

dans ce cas, les faibles déplacements ont nécessité de faire appel à un calcul à peine plus complexe pour atteindre une résolution sub-pixel.

Remerciements

Cette expérience a été assemblée dans le cadre de la manifestation des 24 h du Temps – www.les24hdutemps.fr/ – qui s'est tenue les 3 et 4 Juin 2017 à Besançon. Toutes les références bibliographiques qui ne sont pas librement disponibles sur le web ont été obtenues sur Library Genesis à gen.lib.rus.ec. Les études sur les sources stables de fréquences et le transfert de temps sont motivées par le Labex FIRST-TF (first-tf.fr).

Références

- [1] M.P. Forrer, *A Flexure-Mode Quartz for an Electronic Wrist-Watch*, Proc. 23rd IEEE Annual Symposium on Frequency Control (ASFC), pp.157–162 (1969)
- [2] S. Kanbayashi, S. Okano, K. Hiramata, T. Kudama, *Analysis of tuning fork crystal units and application into electronic wrist watches*, Proc. 30th IEEE Annual Symposium on Frequency Control (ASFC), pp.167–174 (1976)
- [3] N. Ullah, S.J. Park, Y.J. Lee, S. Park, *Investigation of the Electrical Model Parameters of Quartz Tuning Forks from a Low-frequency Impedance Analysis Using a Lock-in Amplifier* New Physics, **65** (1), pp.76–80 (2015)
- [4] J.-M. Friedt, É. Carry, *Introduction au diapason à quartz*, BUP **879**, pp. 1137–1146 (Déc. 2005)
- [5] J.Marc, C. Canard, A. Vailly, V. Pichery, J.-M. Friedt, *Le diapason à quartz comme capteur : utilisation de la carte son de PC pour l'instrumentation*, BUP **958**, pp.1051–1073 (Nov. 2013)
- [6] R. Moreau, *Concours général 1997*, BUP **799** (Déc. 1997)
- [7] J. H. Staudte, *Subminiature quartz tuning fork resonator*, Proc. 27th IEEE Annual Symposium on Frequency Control (ASFC), pp. 50–54 (1973)
- [8] N.S. Gingrich, *Stroboscopic Aids in the Teaching of Physics*, Am. J. Phys. **5**, 277 (1937)
- [9] A Castellanos-Gomez, *A simple strobe to study high-order harmonics and multifrequency oscillations in mechanical resonators*, European Journal of Physics **34** (1), (2013)

- [10] B.A.T. Johansson & J.G Friborg, *Pseudo real time receive signal sampling for ground penetrating radar*, brevet US 8884807 (2012)
- [11] J. Marc, C. Canard, A. Vailly, V. Pichery, J.-M. Friedt, *Le diapason à quartz comme capteur : utilisation de la carte son de PC pour l'instrumentation*, Bull. Union des Physiciens **107** (958), pp.1051–1076 (2013)
- [12] T.D. Rossing, D.A. Russell & D.E. Brown, *On the acoustics of tuning forks*, Am. J. Phys **60** (7), 620 (1991)
- [13] L. Sheng, S. Jia-Lin, S. Hong-San, T. Xiao-Jing, S. Shuo, G. Ji-Hua, & Z. Jun, *First overtone frequency stimulated quartz tuning fork used for shear-force scanning near-field optical microscopy*, Chinese physics letters **20** (11), 1928 (2003)
- [14] T. Lavarenne, *Une clé TNT pour l'étude expérimentale de signaux radiofréquences mettant en jeu différentes modulations numériques*, Bull. Union des Physiciens **995** (2017)
- [15] R. Markell, *Take the mystery out of the switched-capacitor filter*, dans Ed. B. Dobkin, & J. Williams, *Analog circuit design : a tutorial guide to applications and solutions* Elsevier (2011), aussi disponible à cds.linear.com/docs/en/application-note/an40f.pdf pour des règles de conception de circuits analogiques.
- [16] J.-M Friedt, *Auto et intercorrélation, recherche de ressemblance dans les signaux : application à l'identification d'images floutées*, GNU/Linux Magazine France **139** (Juin 2011)
- [17] P. Sandoz, J.-M. Friedt, É. Carry, B.Trolard, J. Garzon Reyes, *Frequency domain characterization of tuning-fork mechanical vibrations by vision and digital image processing*, American Journal of Physics **77** (1) pp.20–26 (2009),
- [18] Y. Kawamura, *Quartz crystal vibrator with partial electrodes for harmonic suppression*, Brevet US 3946257 (1976)