

Introduction au langage PostScript

J.-M Friedt, 23 août 2012

1 Introduction

Le PostScript [1] est remarquable, parmi les modes de rendu de graphiques, par le fait qu'il constitue un vrai langage de programmation fournissant la majorité des fonctionnalités attendues par un tel outil de développement. Contrairement au PCL (*Printer Command Language* – commandes pour certaines imprimantes Hewlett Packard et autres), HPGL (déplacement du stylo d'un plotter¹) ou PDF qui ne proposent que des ordres d'affichage [2], le PostScript offre une grammaire complète incluant conditions, boucles, variables, gestion de pile voir même accès aux fichiers, qui en font un réel langage associé à une interface graphique [3]. Bien que nous présentions le langage PostScript en terme de programmation, l'utilité quotidienne de ces connaissances tient avant tout dans la capacité de modifier le rendu graphique de documents générés par des outils de traitement de données (gnuplot, GNU/Octave ...) dont la lisibilité du code fourni lors des sorties PostScript est exemplaire.

2 Généralités

La structure d'un programme PostScript est excessivement simple : le code source est fourni sous forme d'un fichier ASCII programmé dans son éditeur de texte favori (donc `vi`), puis exécuté par un interpréteur approprié, par exemple `gs` disponible en GPL à <http://www.ghostscript.com/>. Ce langage interprété n'a donc pas réellement vocation à fournir des performances de calcul exceptionnelles, mais plutôt la souplesse d'une interface interactive, voir la capacité à déporter le calcul vers les processeurs d'imprimantes qui passent la majorité de leur temps en veille. Les dépendances des paquets associés à `okular` laissent penser que, contrairement à `gv` qui n'est qu'une interface graphique à `gs`, cette application de KDE propose un interpréteur de commandes PostScript indépendant, mais nous n'avons pas testé les développements proposés dans ces pages avec un autre interpréteur que `gs`.

Comme les programmes shell, il est de bon ton d'introduire son programme par une référence à l'interpréteur à exécuter (au cas où l'interpréteur requis ne soit pas celui actif par défaut dans la ligne de commande). Dans le cas du PostScript, cette ligne d'introduction se doit de commencer par `!PS-Adobe`. Nous l'omettrons systématiquement car `gs` suppose que le programme qui lui est fourni doit être interprété comme PostScript, mais cet entête est nécessaire pour faire interpréter le programme par une imprimante PostScript, donc le processeur ne peut pas connaître la nature du document fourni en l'absence de cette introduction (l'imprimante interprétera sinon le document comme un fichier ASCII et imprimera des pages de code PostScript peu lisibles par un utilisateur non-expérimenté dans le domaine). Le caractère `%` indique le début de commentaire, qui se poursuit jusqu'à la fin de la ligne.

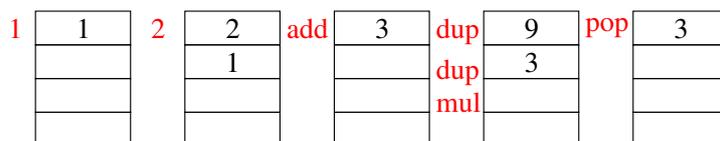


FIGURE 1 – Évolution de la pile au cours de l'exécution des commandes indiquées en rouge. Alors que la représentation courante (tel que proposée sur ce schéma) consiste en une pile accessible par le haut, avec le dernier élément ajouté qui est le premier élément accessible (LIFO, *Last In First Out*), la "vraie" implémentation sur microcontrôleur consiste en une zone de mémoire volatile (RAM) indexée par le pointeur de pile (*Stack Pointer* – SP) qui *décrompte* à chaque ajout d'élément (départ depuis la fin de la RAM et évolution vers des adresses décroissantes).

Le langage implémenté par PostScript est en notation polonaise inversée (*Reverse Polish Notation* – RPN) [4], familière aux utilisateurs de `dc` ou des calculatrices Hewlett Packard, ou programmeurs en

1. <http://paulbourke.net/dataformats/hpgl/>

forth. Il s'agit d'un langage exploitant pleinement la pile (Fig. 1), dans laquelle les arguments sont fournis suivis de l'opération dont sont affectées ces valeurs. Ainsi pour effectuer une somme, après avoir lancé `gs`, la séquence :

```
2
2
add
stack
4
mul
stack
```

donne

```
jmfriedt@satellite:~$ gs
GPL Ghostscript 8.71 (2010-02-10)
Copyright (C) 2010 Artifex Software, Inc. All rights reserved.
This software comes with NO WARRANTY: see the file PUBLIC for details.
GS>2
GS<1>2
GS<2>add
GS<1>stack
4
GS<1>4
GS<2>mul
GS<1>stack
16
GS<1>
```

Ce mode de travail, quelque peu déroutant au premier abord pour les utilisateurs de calculatrices concurrentes à Hewlett Packard, devient intuitif avec un peu d'habitude. Il a surtout l'avantage de ne jamais faire appel aux parenthèses pour définir la priorité entre les opérations (la manipulation de la pile permettant de placer aux deux dernières places les arguments de la prochaine opération) ni d'appel explicite à la mémoire (la pile faisant cet office). Au delà de l'aspect d'utilisation quotidienne comme calculatrice, nous verrons plus loin que ces concepts se transposent aisément lors du développement de programmes plus complexes.

3 Quelques notions de base de dessin

Orienté initialement vers le rendu graphique, par exemple sur les machines NeXT², PostScript est évidemment muni d'une large gamme d'outils de tracé de structures géométriques. PostScript est un langage de dessin vectoriel, signifiant que contrairement à son pendant bitmap dont l'unité de tracé est le pixel, nous allons définir toutes les structures géométriques par leurs coordonnées dans le plan, et quelquesoit le grossissement choisi, le rendu graphique sera toujours impeccable (notamment sans artéfact de pixelisation dont nous avons l'habitude par ailleurs). La page au format lettre américain tient dans les coordonnées 612×792 , dont l'unité est le $1/72$ ème de pouce, et la page A4 dans 596×842 ($596/72 * 2,54 = 21$ cm et $842/72 * 2,54 = 29,7$ cm). Les commandes graphiques suivent elles aussi les préceptes du RPN, à savoir la liste des arguments précède la commande.

L'exemple ci-dessous

```
100 100 moveto
200 100 lineto
stroke
```

que nous pouvons précéder de `10 setlinewidth` pour tracer un trait plus épais, initie les coordonnées par `moveto`, définit un chemin suivant une droite jusqu'aux secondes coordonnées, puis trace réellement

2. <http://en.wikipedia.org/wiki/NeWS> et http://en.wikipedia.org/wiki/Display_PostScript

la droite par `stroke`. Une courbe peut être formée d'autant de segments que nécessaire avant `stroke`. Ainsi, nous définissons d'abord un chemin, suivi de l'opération à effectuer le long de ce chemin, par exemple ici tracer une ligne.

Afin de tracer du texte, nous devons charger un ensemble de caractères (*font*), définir la taille des caractères, positionner le texte et finalement la chaîne à afficher

```
/Times-Roman findfont % choix de la police
100 scalefont setfont % taille des caracteres
50 50 moveto           % position du texte a afficher
(hello world) show     % nature du texte a afficher
```

Bien que peu utile pour cette application, il est bon de savoir que la commande `showpage` a pour vocation à informer l'imprimante que le tampon de tracé doit être imprimé. Cette information est utile lorsque nous fusionnons deux fichiers : tout document PostScript se conclut par cette commande, qui doit être éliminée afin de continuer l'exécution du programme sur le second fichier.

Prenons l'exemple d'un fichier PostScript généré par `gnuplot` par la séquence de commandes (sous `gnuplot`) suivante :

```
pl sin(x)
set term postscript color
set output "sinus.eps"
repl
quit
```

Tout fichier PostScript commence par l'incantation `!PS-Adobe`, et dans ce cas se conclut par

```
stroke
grestore
end
showpage
%%Trailer
```

`stroke` affiche la courbe définie par la séquence de points (nous constatons l'utilisation massive de macros, par exemple `V` pour tracer une droite du point précédent au suivant, et ainsi réduire la taille du programme), `grestore` replace l'environnement graphique dans son état initial (sauvé par `gsave` en début de programme), puis la page est affichée.

Nous avons mentionné que les lignes commençant par `%` sont des commentaires, et ne sont exploitées que par l'interpréteur de commandes sous forme d'information de structuration du document (DSC – *Document Structuring Conventions*). En particulier pour l'utilisateur, le seul commentaire utile à connaître en vue de le manipuler est

```
%%BoundingBox: 50 50 554 770
```

qui définit la taille de la page (nécessaire lors de l'inclusion d'un graphique en PostScript dans un document `LATEX` par exemple) lorsque le graphique ne tient pas sur la page de format standard (A4 ou Letter) mais a pour vocation d'être inséré dans un autre document. Il arrive que la `BoundingBox` soit définie à la fin de la séquence de programmes PostScript. La présence d'une `BoundingBox` différencie le format `eps` (*Encapsulated PostScript* – fichier à vocation d'inclusion dans un autre document) du format `ps` (PostScript) qui est autonome et s'étend sur une page complète. Un document `.eps` est parfois préfixé d'une version miniature de prévisualisation du contenu du document en entête en format bitmap, données qui pourront être éliminées sans crainte de perte d'information du document principal car inutile en pratique.

Pour fusionner deux fichiers PostScript, nous éliminons toutes les commandes inutiles en fin du fichier original (`showpage` et le commentaire `%%Trailer`) et en début du fichier concaténé, toutes les définitions de macros et l'entête, jusqu'à

```
%%EndProlog
%%Page: 1 1
```

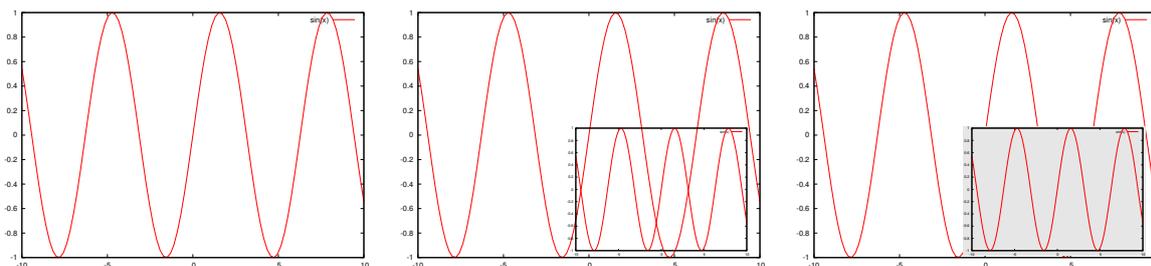


FIGURE 2 – De gauche à droite : le fichier généré par gnuplot lors du tracé d’un sinus ; l’inclusion de cette figure en bas à droite de la figure originale ; l’ajout d’un fond uniforme pour ne pas confondre le contenu des deux figures.

pour les documents générés par gnuplot. Le résultat d’une telle fusion est illustrée sur la Fig. 2.

Afin de distinguer le fichier ajouté du fichier original, nous allons réduire la taille et translater le fichier additionnel en préfixant son insertion par `0.5 0.5 scale 500 700 translate` suivi du fichier inclus. Finalement, nous allons cacher le premier tracé par un rectangle blanc afin de ne pas mélanger le premier et second graphique

```
0.9 0.9 0.9 setrgbcolor
60 80 moveto 545 80 lineto 545 760 lineto 60 760 lineto 60 80 lineto fill
```

Le fond a volontairement été tracé en gris clair (commande `setrgbcolor`) pour plus de clarté, mais en pratique on choisira évidemment un blanc par `1 1 1 setrgbcolor` lors de la sélection de la couleur de fond.

Nous avons donc vu qu’avec quelques connaissances de la structure d’un programme PostScript et quelques commandes simples (`scale`, `translate`, `moveto`, `stroke` ...) il est aisé de partir de plusieurs fichiers de rendus graphiques et de les fusionner ou les annoter. Nous allons développer ces concepts dans la prochaine section.

4 Aspect pratique : modification de graphiques

La principale utilité pratique de maîtriser le langage PostScript ne tient pas tant dans ses performances en tant qu’outil de développement – sur lesquels nous reviendrons plus tard – que dans la capacité de modifier les propriétés de graphiques générés par ailleurs. Parmi les générateurs que nous utilisons couramment, gnuplot (éventuellement appelé par GNU/Octave), xfig et Matlab (outil propriétaire de Mathworks) génèrent des fichiers PostScript de bonne qualité, lisible et compréhensible.

Il arrive dans bien des cas qu’un graphique n’existe plus que sous sa forme PostScript exploitable par exemple sous L^AT_EX, que ce soit parce que le fichier d’origine aie été perdu ou n’ai pas été conservé, ou que les opérations nécessaires à le régénérer aient été oubliées. Ce graphique, généré rapidement sur des données fraîchement acquises, ne respecte probablement pas les règles de présentation imposées pour une publication (légende compréhensible dans la langue de la publication, axes lisibles, épaisseur de trait permettant une impression). Ainsi, plusieurs opérations courantes sur un fichier rapidement généré sans soucis d’exploitation sont :

- texte inadéquat (classiquement les légendes de gnuplot ou du texte en français dans un graphique à vocation à être inclus dans un document anglophone),
- nature de la police ou taille du texte inadéquat.
- symbole d’une courbe ou épaisseur de trait inadéquat,

Ces trois points se résolvent facilement avec un peu de connaissance du PostScript.

Si nous prenons l’exemple des fichiers PostScript générés par GNU/Octave, tous les textes affichés sont générés par une séquence du type

```
[ [(Helvetica) 120.0 0.0 true true 0 (temps \(\text{u.a.}\))]
```

La taille du texte est donnée par le second argument (120.0), le texte lui même est fourni entre parenthèses, et la police en premier argument. Noter que la nature de la police par défaut, Helvetica (qui est aussi utilisée par Matlab), sera avantagement remplacée par Times-Roman lors d’une inclusion du

graphique dans \LaTeX , Helvetica n'étant pas une police incorporée dans le document et par conséquent n'est pas acceptée dans les publications éditées par IEEE par exemple³.

Les coordonnées avant la macro M indiquent la position du label

```
0.00 0.00 0.00 C 10396 688 M
[ [(Helvetica) 300.0 0.0 true true 0 (1200)]
```

positionne la graduation d'un axe de valeur "1200" à la coordonnée (10396,688) et affiche le texte dans la police Helvetica de taille 300. Ces éléments identifiés, on les adaptera trivialement à nos besoins en ajustant les arguments de la commande.

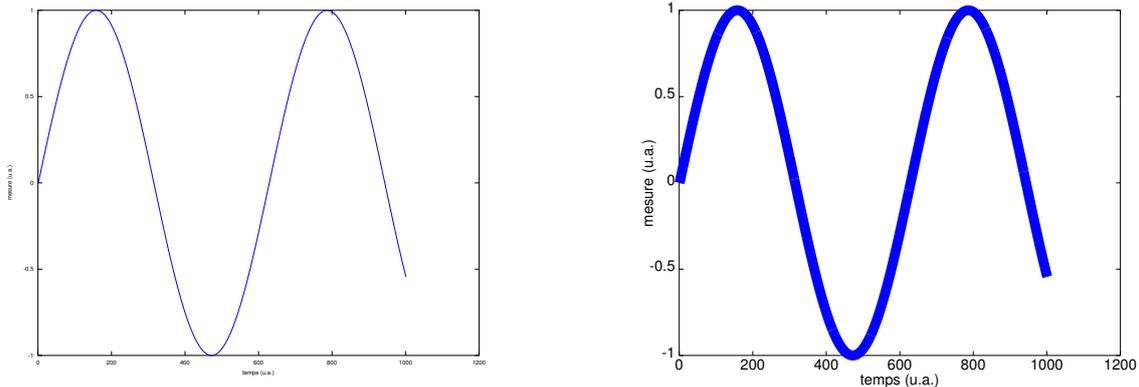


FIGURE 3 – Modification d'un fichier au format EPS généré par GNU/Octave. Si on n'y prend garde, la taille par défaut des caractères et l'épaisseur du trait sont trop petits pour être exploitables dans une présentation. Modifier le fichier PostScript permet de palier à ces défauts (ici en exagérant l'épaisseur du trait de la courbe).

Pour augmenter l'épaisseur de trait, le mot clé est `setlinewidth` précédé de l'argument de largeur de la courbe. Les deux options sont donc soit de précéder le tracé de la courbe d'une telle commande, soit de modifier la macro définie par `gnuplot` ou `octave` : on trouvera la séquence

```
/UL {dup gnulinewidth mul /userlinewidth exch def
      dup 1 lt {pop 1} if 10 mul /udl exch def} def
```

qui est appelé dans le PostScript sous forme de

```
% Begin plot #1
40.500 UL
LT0
0.00 0.00 1.00 C 1482 4445 M
8 35 V
7 35 V
```

Nous avons dans ce cas épaissi le trait en remplaçant l'argument de UL de 0.5 à 40.5 (Fig. 3, droite).

5 Plus que du dessin, un vrai langage

Après avoir abordé la partie la plus attractive et utilisable au quotidien du PostScript, nous allons montrer comment l'exploiter comme un vrai langage généraliste de programmation, assorti accessoirement d'une interface graphique.

Nous avons déjà vu comment effectuer quelques opérations simples. La puissance du langage devient évidente une fois assimilé que

3. <http://www.ieee.org/portal/pages/pubs/confstandards/faq.html>

- de nombreuses commandes de manipulation de la pile sont proposées. Sans prétendre reproduire ici les excellentes documentation disponibles à [1], mentionnons celles que nous utiliserons dans les exemples qui suivent :
 - comme dans beaucoup d'assembleurs, `pop` élimine le dernier élément de la pile, tandis que tout résultat d'opération est automatiquement placé sur la pile (et non dans un accumulateur comme on pourrait s'y attendre sur un processeur généraliste : il n'y a donc pas d'instruction équivalente à `push` en PostScript)
 - contrairement à l'assembleur, des opérations plus complexes telles que `n index` (place en sommet de pile le `n+1`ème élément), `n p roll` (rotation de `p` fois des `n` derniers éléments), `exch` (échange des deux éléments au sommet de la pile) permettent de manipuler la pile sans en placer le contenu dans des variables,
 - des valeurs peuvent être stockées dans des variables au moyen du mot clé `def`. Ainsi, `/x 4 def` stocke la valeur 4 dans `x`, ce dont on se convaincra par `x stack`. Cependant, le passage par des variables fait perdre beaucoup de l'élégance du langage de type RPN, et il est bon de s'en affranchir autant que possible,
 - le langage supporte les conditions et boucles : `3 1 10 { }` `for` itère une boucle de 3 à 10 avec des incréments par pas de 1. La paire d'accolades entoure le bloc exécuté par la boucle, ici pour ne rien faire. Là encore, l'affichage de la pile par `stack` montre que les valeurs de 3 à 10 ont été empilées. De même, `x 5 gt` place sur la pile `false` (`gt` pour *greater than*, et `x` qui vaut 4 n'est pas plus grand que 5) tandis que `x 3 gt` indique `true`. Ces valeurs booléennes sont testables au moyen de `if` et `ifelse` : `true {1} if` place la valeur 1 sur la pile puisque nous avons défini un booléen à `true`, qui est donc testé comme valide et exécute le contenu de l'accolade, à savoir placer 1 sur la pile. `false {1} if` ne place rien sur la pile puisque la condition n'est pas vérifiée. Si le nombre d'éléments sur la pile doit être connu, on favorisera `{1} {0} ifelse` qui place 1 sur la pile en cas de vérité et 0 sinon,
 - la boucle infinie `{ ... }` `loop` est interrompue par une condition appelant la fonction `exit`.

5.1 Calcul d'une table trigonométrique

Comme exemple de calcul en PostScript ne nécessitant pas de sortie graphique, reprenons l'exemple de la section 5.1 de [4], à savoir le calcul de la table de sinus :

```
0 5 360 5 mul {sin} for
stack
quit
```

qui s'exécute au moyen de `gs -dNODISPLAY -quit fichier.ps` pour éliminer l'interface graphique et le message de copyright initial. Il est cependant dommage de se priver de l'interface graphique proposée, et nous pouvons agrémenter le calcul par l'affichage de la courbe :

```
200 50 translate           % choisit le point de depart en (200,50)
0 5 360 5 mul {           % bornes de la boucle : 5 periodes
  dup sin 100 mul exch 0.4 mul 3 % coordonnees du centre du cercle
0 360 arc stroke} for    % un cercle est un arc de 0 a 360 deg
/Time-Roman findfont 30 scalefont setfont % un peu de texte
-100 30 moveto (sin\(\x\)) show           % place par rapport a l'origine
```

Cet exemple introduit une première instruction de manipulation de la pile : `dup`, qui copie l'élément le plus haut dans la pile. Ainsi, comme nous avons besoin deux fois de l'indice de la boucle, une fois comme abscisse du point et une fois comme ordonnée, nous le dupliquons par `dup` pour travailler sur la seconde version (calcul du sinus) puis avoir les deux argument nécessaires à définir le centre d'un cercle.

5.2 Exploitation des fonctionnalités graphiques

Deux exemples concrets de calcul en PostScript, exploitant l'interface graphique, que nous nous proposons de développer étape par étape sont le diagramme de bifurcation de Feigenbaum [5, chap. 11] et le calcul de l'ensemble de Mandelbrot [5, chap. 14] en PostScript. Pour chaque programme d'exemple, nous avons commenté le code avec l'état de la pile en fin de chaque ligne exécutée. Connaître l'état

de la pile à chaque instant est aussi fondamental que connaître l'emplacement en mémoire de chaque variable dans un langage classique : s'agissant de l'emplacement des arguments de la prochaine commande exécutée, un programme PostScript passe la majorité de son temps à manipuler la pile.

Tout comme en assembleur, l'objectif de chaque fonction dans un programme PostScript est de rendre la pile à la sortie cohérente avec son état à l'entrée de la fonction, et en particulier maintenir le nombre d'éléments constant (sous peine de voir la pile déborder, le classique `stack overflow` d'unix). En particulier, si la pile n'est pas vide en fin d'exécution, le programme est mal conçu (ce qui ne l'empêchera pas de marcher). On se convaincra donc à la lecture (et l'exécution) de ces programmes que la pile est rendue vide après exécution, permettant leur utilisation comme sous-fonction dans un programme plus conséquent. Le seul cas particulier où la pile n'est pas rendue vide est lors de son utilisation pour le passage de paramètres (équivalent à encore avec son utilisation en assembleur). Une fonction est définie par la commande `def`. L'exemple suivant

```
/plus1 {1 add} def
/carre {dup mul} def

1 plus1 % 2
carre % 4
```

définit l'incrément et la fonction carrée. L'argument est passé par la pile (1 puis 2) et la fonction renvoie le résultat de son calcul sur la pile (2 et 4).

5.2.1 Feigenbaum (1944-)

Commençons par le cas le plus simple, le diagramme de bifurcation de Feigenbaum, dont la suite est obtenue (par exemple) par une étude de populations de proies-prédateurs, dans lesquels on considère que plus il y a de proies plus les prédateurs se développent, mais plus il y a de prédateurs et moins il reste de proies à manger. En termes de suite, il est classique de modéliser cette relation par une relation simplifiée entre la population x_n à l'année n et la population à l'année suivante x_{n+1} en pondérant la glotonnerie des prédateurs par un paramètre r : $x_{n+1} = r \times x_n \times (1 - x_n)$. Cette suite, d'apparence anodine, devient très riche pour les grandes valeurs de r : toute la beauté du chaos tient en la complexité des valeurs successives de x_n suivant une relation apparemment triviale. La croissance exponentielle des erreurs initiales, caractéristique du comportement chaotique d'une suite, induit la perte de connaissance exacte de comportement du système après un temps court, avec des valeurs prises par la suite qui restent néanmoins confinées à des intervalles finis nommés attracteurs (cette phrase, succession d'affirmations vagues, peut se formaliser telle que décrit par exemple dans [5]).

Concrètement, traçons le comportement de cette suite en la programmant en PostScript. Le paramètre r est imposé par l'utilisateur, donc défini par une boucle, que nous prendrons (pour un aspect esthétique de la courbe résultante) entre 2,7 et 4. Nous initialisons la population à $x_0=0,5$, et pour ne pas polluer la courbe que nous traçons avec l'initialisation des premières itérations de la population mais pour ne conserver que le comportement asymptotique, nous calculons "dans le vide" les 50 premières itérations. Partant de la boucle sur r , nous empilons la valeur initiale de x que nous imposons à 0,5. Lors de la boucle, nous allons calculer x_{n+1} et à la fin de la boucle la pile doit être remise dans son état initiale, à savoir la valeur de la suite suivie du paramètre courant. Le lecteur est encouragé à développer l'évolution de la pile selon la séquence `2 copy dup 1 exch sub mul mul exch pop` pour se convaincre qu'elle nous permet bien de passer de x_n, r à x_{n+1}, r . Ayant atteint le comportement asymptotique de la suite, nous poursuivons le calcul des 150 termes suivant, mais cette fois en traçant un point aux coordonnées (r, x_n) , $n \in [51, 150]$. Une façon simple de tracer un point est de dessiner un petit segment de (r, x_n) à $(r + \varepsilon, x_n)$, avec ε la longueur entre deux valeurs successives de r . Ce résultat est obtenu, pour une pile contenant x_n et r , par `2 copy exch moveto 0.001 0 rlineto stroke`. Finalement, à la fin de la boucle sur le calcul de la suite affichée, nous restaurons la pile à son état initial en mettant à la poubelle les deux valeurs résiduelles x_{150} et r .

Le résultat de ce calcul, dont le programme complet nommé `feigen.ps` est

```
600 600 scale      % homothetie pour tenir dans la page
0 -2.7 translate  % translation APRES homothetie
0.001 setlinewidth % largeur du trait

2.7 0.001 4 {      % boucle sur r
```

```

0.5      % x r % initialisation de la suite
1 1 50   % boucle vide pour initialiser la suite
{pop     % indice de boucle inutile
2 copy  % x r x r
dup 1 exch sub mul mul % (1-x)*x*r x r
exch pop % x' r
} for
1 1 150  % recommence, mais cette fois en affichant
{pop
2 copy  % x r x r
dup 1 exch sub mul mul % (1-x)*x*r x r
exch pop % x' r
2 copy
exch    % abscisse r, ordonnee x'
moveto 0.001 0 rlineto stroke
} for
pop pop % pile propre, x' et r sont finis
} for
showpage

```

est mis en page en format bitmap pour être inclus dans cette prose par `gs -sDEVICE=png16 -r800x600 -sOutputFile=feigen.png feigen.ps`. Le résultat est proposé sur la Fig. 4.

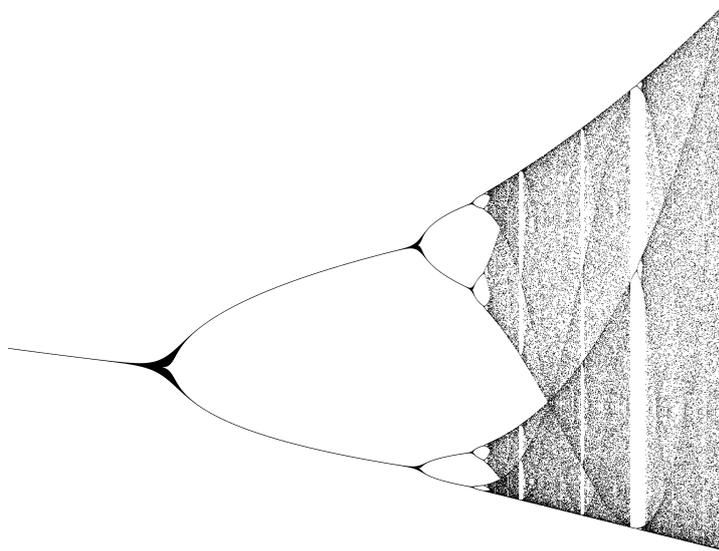


FIGURE 4 – Résultat du calcul du diagramme de bifurcation de Feigenbaum programmé en PostScript, tel que décrit dans le texte. En abscisse le paramètre évolue de 2,7 à 4, en ordonnée les valeurs prises par la suite $x_{n+1} = r \times x_n \times (1 - x_n)$.

La conclusion purement qualitative, qui peut s’approfondir de façon quantitative, est que pour des proies très sensibles aux prédateurs (coefficient r élevé), il est excessivement difficile (au sens d’une extrême sensibilité aux conditions initiales) de prédire l’évolution de la population : pour un r donné, les x_n se distribuent quasi-uniformément sur le segment des valeurs possibles en ordonnée. Au contraire, pour les valeurs faibles de r , les oscillations entre un nombre réduit d’états rend la prévision simple : les prédateurs manquent de proies et meurent, les proies pullulent, permettant la croissance du nombre de prédateurs, et le cycle recommence. Quel est le vrai modèle dans le cas des contrôles de populations de proies-prédateurs ?

Il est amusant de noter que d’après Wikipedia, M. Feigenbaum a effectué ses travaux sur calculatrice HP65, fonctionnant en RPN.

5.2.2 Mandelbrot (1924-2010)

Second exemple : de nombreuses implémentations du calcul de l’ensemble de Mandelbrot existent sur le web, mais selon une méthode qui nous paraît peu élégante, à savoir en utilisant des variables. Quel

est l'intérêt de se lancer dans un langage exploitant pleinement la pile (ce qu'un processeur sait faire rapidement) si finalement la programmation se fait comme dans tout langage séquentiel en plaçant les informations dans des emplacements indexés en mémoire. Partant de l'implémentation proposée à <http://warp.povusers.org/MandScripts/ps.html>, nous allons donc traduire ce code hideux exploitant 4 variables, en un programme exploitant pleinement la pile.

Rappelons tout d'abord ce qu'est l'ensemble de Mandelbrot : soit une suite complexe $z_{n+1} = z_n^2 + c$ avec $c \in \mathbb{C}$ et une condition initiale $z_0 = 0 + i \times 0$ ($i^2 = -1$), alors nous désirons savoir si cette suite diverge ou non. Afin d'égayer l'aspect visuel du résultat, en cas de divergence nous tracerons un point de couleur proportionnelle au nombre d'itérations nécessaires à atteindre la condition de divergence, dans cet exemple $|z_n| > 4$. Ainsi, les points noir correspondent à une suite qui ne diverge pas pour un nombre maximum d'itérations atteint, ici égal à 32. Ce calcul est réitéré pour chaque point c du plan complexe, donc une couleur est associée à chaque coordonnée (x, y) tel que $c = x + i \times y$. Concrètement, le calcul se résume donc à partir, pour chaque coordonnée (x, y) , de $z_1 = c = x + i \times y$ et de calculer $z_{n+1} = x_{n+1} + i \times y_{n+1}$ lié à la valeur précédente de la suite z_n par $x_{n+1} = x_n^2 - y_n^2 + x$ et $y_{n+1} = 2 \times x_n \times y_n + y$.

Partons de la fin du programme : nous voulons tracer un point d'une certaine couleur. Nous aurons donc besoin de deux coordonnées (x, y) et d'une couleur N . Nous attendons cette sortie du calcul de divergence de la suite. Le calcul de la suite lui même ne pose pas de problème particulier : nous avons commenté à la fin de chaque ligne l'état de la pile lors de chaque opération. Le seul point fondamental à vérifier est que la pile est cohérente avec l'état attendu à chaque itération, et en particulier lors de la sortie de la boucle infinie `{}` `loop`. On vérifiera en fin d'exécution de ce programme que la pile est bien vide : nous avons consommé autant d'éléments de la pile que nous en avons ajouté.

```
% originally form http://warp.povusers.org/MandScripts/ps.html
301 521 translate % profitons de la translation en postscript
201 201 scale % profitons de l'homothetie en postscript
31 % N a la fin de la pile
-1.25 0.005 1.25 % boucle sur ordonnee Y Yi N
{
-2 0.005 1 % boucle sur abscisse X Xi Yi N
{
1 index % recupere Y Yi Xi Yi N
2 copy % Y X Yi Xi Yi N
{
1 index dup mul % X^2 Y X Yi Xi Yi N
1 index dup mul % Y^2 X^2 Y X Yi Xi Yi N
2 copy add % Y^2+X^2 Y^2 X^2 Y X Yi Xi Yi N
4 gt {pop pop exit} if % on arrete si le module > 4
sub % Y^2-X^2 Y X Yi Xi Yi N
4 index add % Xi+Y^2-X^2 Y X Yi Xi Yi N
3 1 roll % Y X Xi+Y^2-X^2 Yi Xi Yi N
2 mul mul % 2*Y*X Xi+Y^2-X^2 Yi Xi Yi N
2 index add % 2*Y*X+Yi Xi+Y^2-X^2 Yi Xi Yi N
6 -1 roll 1 sub % N-1 2*Y*X+Yi Xi+Y^2-X^2 Yi Xi Yi
dup 1 lt {6 1 roll exit} if
6 1 roll % 2*Y*X+Yi Xi+Y^2-X^2 Yi Xi Yi N-1
} loop % infinite loop
pop pop % elimine 2YX et X^2+Y^2+X % Yi Xi Yi N
4 -1 roll 31 div
setgray
exch % Xi Yi Yi
moveto % Yi
31 exch
.02 0 rlineto
0 .005 rlineto
-.005 0 rlineto
fill
} for
pop % N
} for
pop % elimine le N qui reste sur la pile
showpage
```

Cette fois la sortie bitmap est générée en TIF noir et blanc puis convertie en PNG par `convert` (pour éviter les artéfacts de compression à perte de PNG lors du calcul) : `gs -sDEVICE=tiffgray -r800x600`

`-sOutputFile=mandel.tif mandel.ps` pour donner le résultat de la Fig. 5.

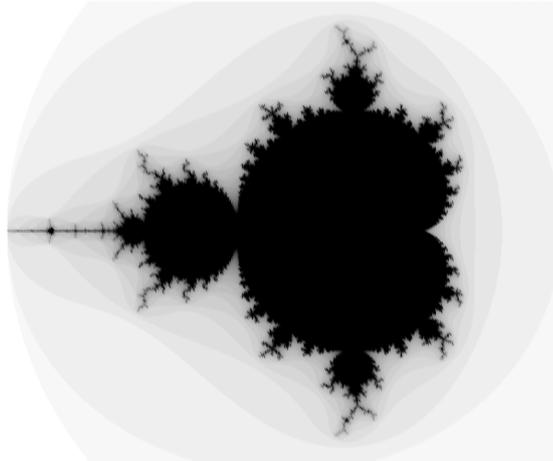


FIGURE 5 – Résultat du calcul de l'ensemble de Mandelbrot programmé en PostScript tel que décrit dans le texte, indiquant la convergence ou vitesse de divergence de la suite $z_{n+1} = z_n^2 + c$, z_n et $c \in \mathbb{C}$.

6 Accès aux fichiers

Alors que les premiers pas de l'auteur en programmation PostScript il y a plus de 15 ans sur machine Sun Microsystems s'étaient bornés à de la programmation telle que présentée jusqu'ici, toute tentative d'utilisation du PostScript à des fins malicieuses s'étaient soldées par des échecs du fait de la désactivation des fonctions associées aux fichiers. Quelle n'est donc pas la surprise de découvrir que sous Debian GNU/Linux, la fonction `(toto) (w) file` se traduit par la création d'un fichier, dans lequel nous pouvons écrire. Par exemple, en reprenant le descripteur de fichier ainsi créé, nous pouvons remplir par `dup (xhost +) writestring` le fichier avant de le fermer par `closefile` (toujours en supposant que le dernier élément de la pile était le descripteur de fichier). Nous obtenons un fichier contenant la commande `xhost + ...` je laisse le lecteur conclure des conséquences de ces opérations sur un `.bashrc` ou un `.profile`.

Il est amusant de constater que cette utilisation malicieuse d'une fonctionnalité du langage PostScript a fait l'objet de plusieurs annonces du CERT en 1995 [6], avec notamment un encouragement à exploiter l'option `-dSAFER` de `gs` (qui désactive les fonctions associées à la gestion des fichiers dans `gs_init.ps`), notions de sécurité qui semblent depuis ne plus être nécessaires (peut-être du fait du nombre réduit de fichiers échangés en PostScript avec l'avènement du format PDF visant à le remplacer).

6.1 Pour aller plus loin ...

Ces deux exemples ne font qu'éfleurer les possibilités du langage, et le web regorge d'exemples fournissant une inspiration pour poursuivre dans cette voie. Citons quelques exemples remarquables pris au hasard :

- sûrement le plus impressionnant visuellement, de nombreuses implémentations d'algorithmes de lancer de rayon (*raytracing*) ont été implémentés, par exemple disponibles à <http://www.physics.uq.edu.au/people/foster/postscript.html> et <http://tog.acm.org/resources/RTNews/html/rtnv6n2.html#art11>
- plus austère mais illustrant la généralité du langage, l'implémentation de calculs matriciels et en particulier l'inversion de matrices carrées pour résoudre des systèmes linéaires est proposé à <http://www.tinaja.com/math01.shtml> et <http://www.tinaja.com/psutils/lineareq.ps>. Ces implémentations manquent d'élégance car font abusivement appel à des variables : un programmeur

Forth saurait sans doute considérablement améliorer ces implémentations. Cet auteur propose aussi une implémentation des algorithmes classiques de tri à <http://www.tinaja.com/psutils/distlang.html>

- le problème probablement le plus commun en physique après le calcul matriciel est la résolution d'équations différentielles, qui est abordé à <http://www.jonsson.eu/programs/postscript/> et plus particulièrement à <http://jonsson.eu/programs/postscript/odesolv/>
- le lecteur désireux de rafraîchir le papier peint de sa cuisine pourra imprimer de larges pages du pavage de Penrose avec la garantie qu'aucun motif ne se répète [7] au moyen du programme proposé à <http://home.thep.lu.se/~bjorn/postscript/>
- un ouvrage complet indépendant d'Adobe sur la programmation PostScript orientée vers le graphisme est librement disponible à <http://www.math.ubc.ca/~cass/graphics/manual/>

7 Conclusion

Nous avons présenté les grandes lignes du langage PostScript, dans un premier temps comme outil pour modifier des graphiques générés par exemple par des outils de calcul scientifique. Dans un second temps, nous avons vu que toutes les fonctionnalités d'un langage généraliste sont disponibles, avec par ailleurs la puissance de la manipulation de la pile et d'un langage en notation polonaise inversée (RPN).

Cette prose peut paraître obsolète avec la capacité d'outils graphiques tels que `xfig` d'éditer le contenu de documents PostScript (après conversion par `psedit`) ou `Inkscape` pour éditer le contenu de documents au format PDF. Nous défions cependant tout outil graphique de modifier le contenu d'un fichier contenant plusieurs dizaines de milliers de points ou de segments, manipulation que `vi` permet sans problème lors de modifications dans les sources du document PostScript, ou en exploitant par ailleurs les fonctionnalités des expressions régulières (`sed`) pour automatiser ces modifications sur l'ensemble d'un fichier ou de plusieurs fichiers.

En perspectives, cette prose ouvre la discussion à l'exploitation optimale d'un canal de transmission et la modélisation mathématique des phénomènes physiques qui nous entourent. En effet, le tracé du diagramme de Feigenbaum ne nécessite que 292 octets de programme en PostScript, alors que sa représentation dans un format compressé (PNG) nécessite plus de 1000 fois cette taille. Il est donc pertinent de se poser la question de la compression d'information par une représentation physique pertinente de l'information transmise en vue d'optimiser l'utilisation de la bande passante donnée d'un canal de transmission.

Remerciements

Je suis éternellement redevable à J.-C Dubacq (à l'époque à l'ENS Lyon, maintenant à l'Univ. Paris 13) de m'avoir présenté ce langage fantastique. C. Papazian avait écrit en 1997 un programme pour tracer un pavage de Penrose (Fig. 6), accompagnant une présentation de É. Jalade, dont les copies sont fournies en fichiers supplémentaires à l'archive de cet article à <http://jmfriedt.free.fr>.

Références

- [1] les trois bibles sur le langage PostScript sont le red (*PostScript Language Reference, third edition*), green (*PostScript language program design*) et blue books (*PostScript Language Tutorial and Cookbook*) dont les liens pour les versions numériques sont fournies en liens sur la page Wikipedia du PostScript, <http://en.wikipedia.org/wiki/PostScript>.
- [2] noter que les arguments proposés dans Adobe à <http://www.adobe.com/print/features/psvspdf/index.html> vont exactement à l'encontre de ce que nous considérerons ici comme la puissance du langage PostScript.
- [3] une série d'articles de E. Demiralp parue dans Linux Focus il y a une douzaine d'années (mais reste toujours d'actualité) est proposée à <http://www.linuxfocus.org/Francais/May1998/article43.html>, <http://www.linuxfocus.org/Francais/July1999/article80.html> et <http://www.linuxfocus.org/Francais/July1999/article100.html>

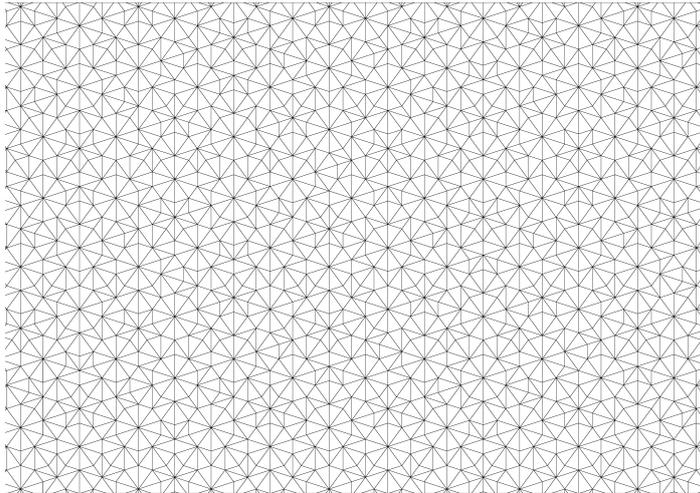


FIGURE 6 – Pavage de Penrose programmé en PostScript : malgré l'apparence *a priori* périodique du motif, une symétrie d'ordre 5 ne peut pas couvrir le plan : la séquence de triangles est *quasi*-périodique, car capable de couvrir le plan sans qu'un motif se répète. Cette configuration est observée en pratique en trois-dimensions dans les quasi-cristaux.

- [4] P. Foubet, *NIFE, du FORTH pour l'embarqué*, GNU/Linux Magazine France **149**, Mai 2012, pp.80-98
- [5] H.-O. Peitgen, H. Jürgens & D. Saupe, *Chaos and Fractals – New frontiers of Science*, Springer-Verlag (1992), reste probablement l'ouvrage le plus abordable et le mieux illustré sur le sujet. Plus romanesque et moins rigoureux, J. Gleick, *Chaos – making a new science*, Cardinal Book (1987) fournit les bases pour comprendre les équations décrites dans ce document.
- [6] dl.packetstormsecurity.net/advisories/cert-nl/1995/S-95-17.asc ou www.lprng.com/DISTRIB/SECURITY/gs.01.09.04.
- [7] G. Branko & G.C. Shephard, *Tilings and Patterns*, New York W.H. Freeman & co (1986)